

## Bestimmung des Bandabstandes von Germanium

### Versuchsziele

- Messung des Spannungsabfalls an einem undotierten Ge-Kristall bei konstantem Strom durch den Kristall in Abhängigkeit von der Temperatur und Berechnung der Leitfähigkeit  $\sigma$ .
- Bestimmung des Bandabstandes  $E_g$  von Germanium.

### Grundlagen

Für die Stromdichte  $j$  durch einen Körper und dem Einfluß eines elektrischen Feldes  $E$  gilt das Ohmsche Gesetz

$$j = \sigma \cdot E \quad (I).$$

Der Proportionalitätsfaktor  $\sigma$  wird als elektrische Leitfähigkeit bezeichnet. Er ist eine stark materialabhängige Größe; daher ist es üblich, Materialien nach ihrer Leitfähigkeit zu klassifizieren. Halbleiter z. B. sind Festkörper, die bei tiefen Temperaturen elektrischen Strom nicht leiten, bei höheren Temperaturen jedoch meßbare elektrische Leitfähigkeit aufweisen. Diese Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit hat ihre Ursache in der speziellen Bandstruktur der elektronischen Energieniveaus eines Halbleiters.

Das Valenzband, d. i. das höchste im Grundzustand vollständig oder teilweise mit Elektronen besetzte Band, und das Leitungsband, also das nächsthöhere unbesetzte Band, sind durch den Bandabstand  $E_g$  (Ge:  $E_g \approx 0,7$  eV) getrennt. Der

Bereich zwischen den beiden Bändern ist im undotierten, reinen Halbleiter nicht mit Elektronen besetzt und wird als „verbotene Zone“ bezeichnet. Bei höheren Temperaturen werden immer mehr Elektronen thermisch aus dem Valenzband in das Leitungsband aktiviert. Sie hinterlassen „Löcher“ im Valenzband, die man auch als Defektelektronen bezeichnet. Diese bewegen sich unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes wie positiv geladene Teilchen und tragen ebenso wie die Elektronen zur Stromdichte  $j$  bei (siehe Fig. 1).

Als Eigenleitung (englisch: intrinsic conduction) bezeichnet man die durch Anregung von Elektronen aus dem Valenzband in das Leitungsband ermöglichte elektrische Leitung. Da sich im thermischen Gleichgewicht ebenso viele Defektelektronen im Valenzband wie Elektronen im Leitungsband befinden, läßt sich die Stromdichte bei Eigenleitung in der Form

$$j_i = (-e) \cdot n_i \cdot v_n + e \cdot n_i \cdot v_p \quad (II)$$

$e$ : Elementarladung,

$n_i$ : Elektronen- bzw. Defektelektronenkonzentration

darstellen. Die Geschwindigkeiten  $v_n$  und  $v_p$ , die mittleren Driftgeschwindigkeiten der Elektronen und der Defektelektronen, sind proportional zur Feldstärke  $E$ . Man schreibt

$$v_n = -\mu_n \cdot E \text{ und } v_p = \mu_p \cdot E \quad (III),$$

weil die Beweglichkeiten  $\mu_n$  und  $\mu_p$  positive Größen sein sollen und erhält

$$j_i = e \cdot n_i \cdot (\mu_n + \mu_p) \cdot E \quad (IV).$$

Ein Vergleich mit (I) ergibt für die Leitfähigkeit bei Eigenleitung

$$\sigma_i = e \cdot n_i \cdot (\mu_n + \mu_p) \quad (V)$$

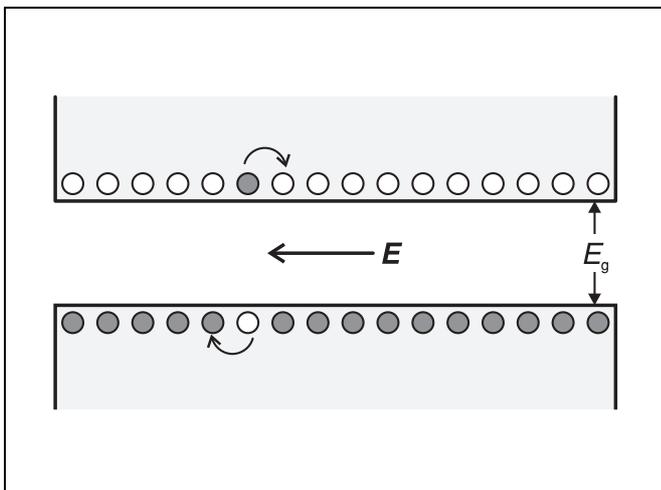
Außer der Elementarladung  $e$  hängen alle Größen in (V) von der Temperatur  $T$  ab. Für die Eigenleitungskonzentration  $n_i$  gilt

$$n_i = (N \cdot P)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{-\frac{E_g}{2 \cdot kT}} \quad (VI),$$

$k$ : Boltzmann-Konstante

$E_g$ : Bandabstand des Halbleiters

Fig. 1 Vereinfachte schematische Darstellung zur Eigenleitung: Halbleiter mit einem Elektron im Leitungsband und einem Defektelektron im Valenzband unter der Wirkung eines elektrischen Feldes  $E$ .



Geräte	
1 Ge undotiert auf Leiterplatte . . . . .	586 851
1 Hall-Effekt Grundgerät . . . . .	586 850
1 Sensor-CASSY . . . . .	524010
1 CASSY Lab . . . . .	524 200
1 stromgeregeltes Netzgerät, 15 V-, 3 A, . . . . . z.B.	521 50
1 Netzgerät, 12 V-, 50 mA . . . . . z.B.	521 54
1 Kleiner Stativfuß, V-förmig . . . . .	300 020
Experimentierkabel	

**Aufbau**

Der Versuchsaufbau ist in Fig. 2 dargestellt.

**Montage und Beschaltung der Leiterplatte:**

*Hinweise:*

*Der Ge-Kristall ist sehr bruchempfindlich:*

*Leiterplatte sorgfältig behandeln und keinen mechanischen Belastungen aussetzen.*

*Wegen seines hohen spezifischen Widerstandes wird der Ge-Kristall bereits durch Anlegen eines Querstroms erwärmt:*

*Maximalen Querstrom  $I = 4 \text{ mA}$  nicht überschreiten.*

*Steller für Querstrom des Hall-Effekt-Grundgeräts auf Linksanschlag drehen.*

- Leiterplatte mit Ge-Kristall in der Vielfachbuchse des Hall-Effekt-Grundgeräts montieren, so daß die Klemmstifte in die Bohrungen einrasten.
- Strombegrenzung des stromgeregelten Netzgeräts auf Linksanschlag drehen und Netzgerät mit Eingang für Heizung und Elektronik des Hall-Effekt-Grundgeräts verbinden.
- Stromgeregeltes Netzgerät einschalten, Spannungsbegrenzung auf 15 V und Stromgerät auf 3 A einstellen (dazu Ausgang des Netzgeräts vorübergehend kurzschließen).
- Steller für Querstrom des Hall-Effekt-Grundgeräts auf Linksanschlag drehen, zweites Netzgerät zur Versorgung der Stromquelle anschließen, einschalten und Ausgangsspannung 12 V einstellen.

dabei sind

$$N = 2 \cdot \left( \frac{2\pi \cdot m_n \cdot kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \text{ und } P = 2 \cdot \left( \frac{2\pi \cdot m_p \cdot kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \quad \text{(VII)}$$

$h$ : Plancksches Wirkungsquantum

$m_n$ : effektive Masse der Elektronen

$m_p$ : effektive Masse der Defektelektronen

die effektiven Zustandsdichten im Leitungsband und im Valenzband. Die Beweglichkeiten  $\mu_n$  und  $\mu_p$  variieren ebenfalls mit der Temperatur. Bei tiefen Temperaturen gilt etwa  $\mu \sim T^{\frac{3}{2}}$  und bei hohen Temperaturen  $\mu \sim T^{-\frac{3}{2}}$ .

Da die Exponentialfunktion (siehe Gl. (VI)) den dominierenden Einfluß hat, ist die Leitfähigkeit in guter Näherung darstellbar in der Form

$$\sigma_i = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{E_g}{2 \cdot kT}} \quad \text{(VIII)}$$

bzw.

$$\ln \sigma_i = \ln \sigma_0 - \frac{E_g}{2 \cdot kT} \quad \text{(IX)}$$

Zur Bestätigung von (VIII) und zur Bestimmung des Bandabstandes  $E_g$  wird im Versuch die Leitfähigkeit von undotiertem Germanium in Abhängigkeit von der Temperatur  $T$  bestimmt. Gemessen wird an einem undotierten Ge-Kristall bei konstantem Strom

$$I = j \cdot b \cdot c \quad \text{(X)}$$

$b$ : Breite des Kristalls,  $c$ : Dicke des Kristalls

der Spannungsabfall

$$U = E \cdot a \quad \text{(XI)}$$

$a$ : Länge des Kristalls

Für die Leitfähigkeit gilt wegen (I), (X) und (XI)

$$\sigma = \frac{a}{b \cdot c} \cdot \frac{I}{U} \quad \text{(XII)}$$

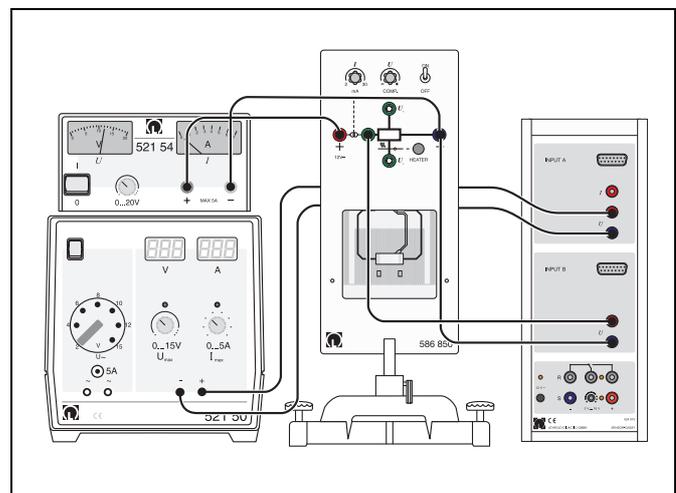


Fig. 2 Versuchsaufbau zur Bestimmung des Bandabstands von Germanium

**Vorbereitung der Meßwerterfassung:**

- Ausgang für Temperaturmessung an Eingang A und Ausgang für Spannungsabfall an Eingang B des Sensor-CASSY anschließen.
- Sensor-CASSY über das 9-polige V24-Kabel an serielle Schnittstelle des PC (in der Regel COM1 oder COM2) anschließen.
- Ggf. Programm „CASSY Lab“ unter Windows 95/98/NT installieren und gewünschte Sprache wählen.
- Programm „CASSY Lab“ starten, korrekten Anschluß des Sensor-CASSY überprüfen.

- Vorhandene Meßdaten und Einstellungen mit dem Button  oder der Taste F4 löschen.
- Dialogfenster „Einstellungen“ mit dem Button  oder der Taste F5 öffnen und auf „Anordnung aktualisieren“ klicken.
- Kanal A anklicken und Meßgröße „UA1“, Nullpunkt „links“ sowie Meßbereich „0 V .. 3 V“ wählen; gleiche Einstellungen für Kanal B vornehmen.
- Im Register „Darstellung“ einstellen:  
 x-Achse UA1 x  
 y-Achse UB1 y
- „Meßparameter anzeigen“ anklicken und die Meßparameter „automatische Aufnahme“ und „Intervall: 2s“ einstellen.

**Durchführung**

- Taster Heater des Hall-Effekt-Grundgeräts drücken und mit der Taste F9 oder dem Button  die Aufzeichnung der Meßwerte starten.
- Im Fenster „Spannung UA1“ überprüfen, ob die zur Kristalltemperatur proportionale Spannung UA1 ansteigt.

Sobald die Spannung UB1 den Wert 1 V unterschritten hat:

- Mit der rechten Maustaste auf das Fenster „Spannung UB1“ klicken und auf Meßbereich „0 V .. 1 V“ umschalten.

Sobald die Spannung UB1 den Wert 0,3 V unterschritten hat:

- Auf Meßbereich „0 V .. 0,3 V“ umschalten.

Wenn die LED des Hall-Effekt Grundgeräts erlischt:

- Mit der Taste F9 oder dem Button  die Aufzeichnung der Meßwerte stoppen.

Zur weiteren Auswertung:

- Im Register „Parameter/Formel/FFT“ als neue Größen definieren:

Größe	Temperatur	Leitfähigkeit
Formel	UA1*100+273,15	4/UB1
Symbol	T	&s
Einheit	K	1/&Wm
von	290	0
bis	440	200
Dezimalstellen	1	2

- Im Register „Darstellung“ als neue Darstellung wählen:

x-Achse	T	1/x
y-Achse	$\sigma$	log y

- Nach Klicken mit der rechten Maustaste in das Diagrammfenster den Menüpunkt „Anpassung durchführen“ → „Ausgleichsgerade“ aktivieren und den gewünschten Anpassungsbereich mit der Maus markieren.

**Meßbeispiel**

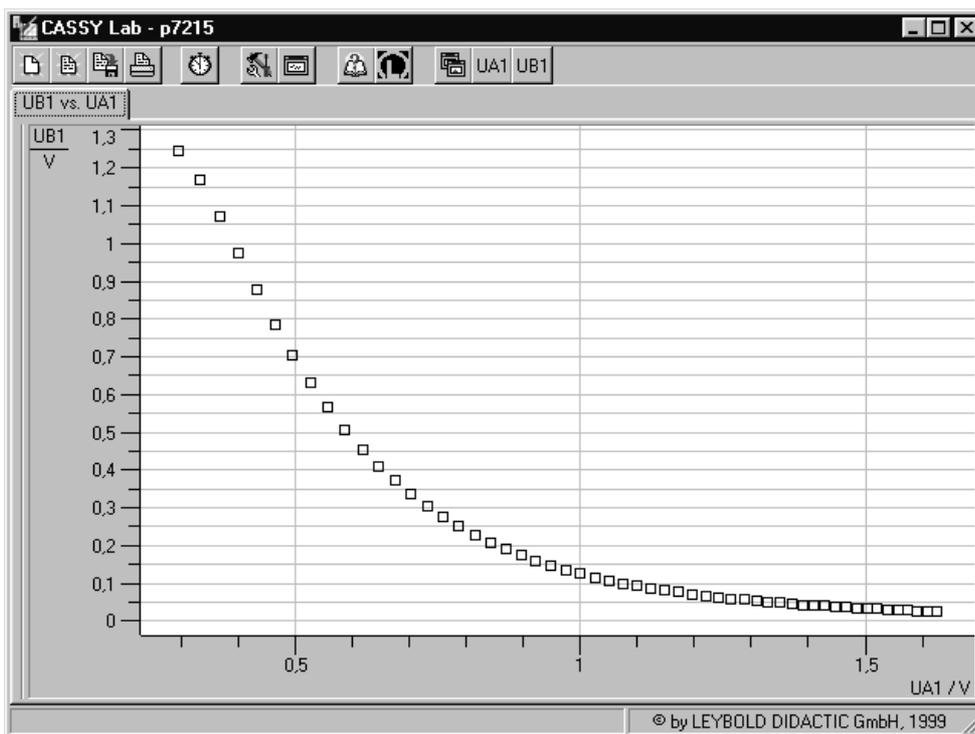


Fig. 3 Darstellung der Meßwerte in der Form  $UB1 = f(UA1)$   
 UA1: Spannung am Ausgang für Temperaturmessung  
 UB1: Spannungsabfall am Ge-Kristall bei 2 mA Querstrom

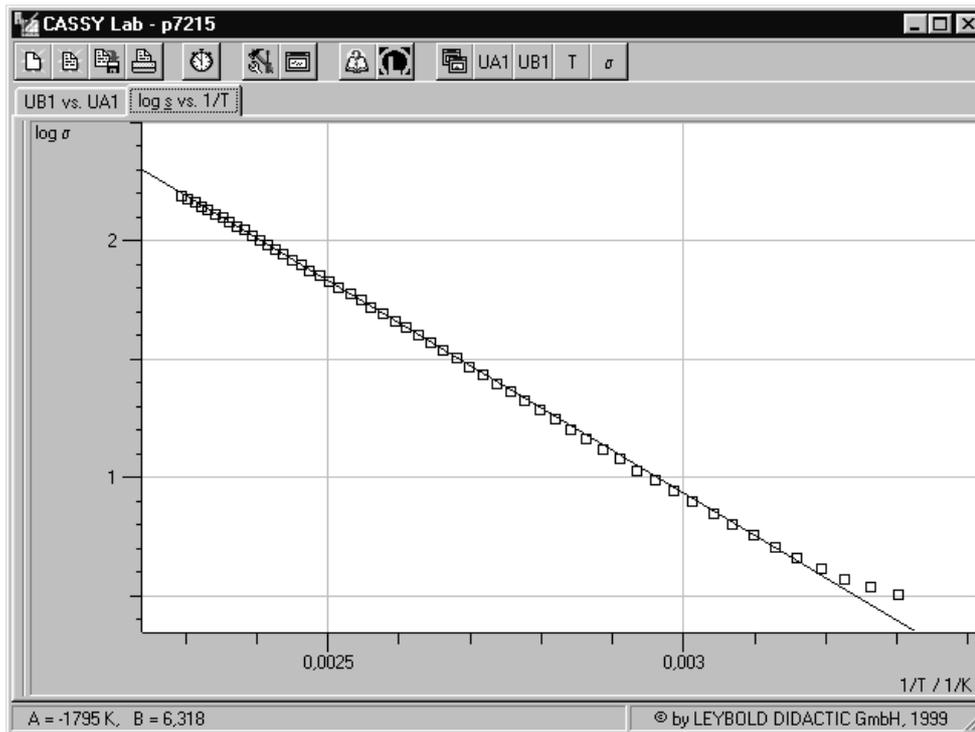


Fig. 4 Darstellung der Meßwerte in der Form  $\log \sigma = f\left(\frac{1}{T}\right)$

$$\sigma = \frac{2\text{mA}}{\text{UB1}} \cdot \frac{20\text{mm}}{10\text{mm} \times 1\text{mm}} \quad (\text{Leitfähigkeit, vgl. (XII)})$$

$$T = 100\text{K} \cdot \frac{\text{UA1}}{\text{V}} + 273,15 \text{ K} \quad (\text{Temperatur})$$

## Auswertung und Ergebnis

Bei der Darstellung  $\log \sigma = f\left(\frac{1}{T}\right)$  liegen die Meßpunkte in guter Näherung auf einer Geraden mit der Steigung  $A = -1795 \text{ K}$  (siehe Fig. 4)

Aus (IX) folgt für die Geradensteigung

$$A = -\frac{1}{\ln 10} \cdot \frac{E_g}{2 \cdot k} \quad (\text{XIII}).$$

mit  $k = 1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

Daraus berechnet man für den Bandabstand:

$$E_g = 1,149 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 0,71 \text{ eV}.$$

### Literaturwerte:

$$E_g(0 \text{ K}) = 0,74 \text{ eV}, \quad E_g(300 \text{ K}) = 0,67 \text{ eV}$$

## Zusatzinformation

Im unteren Temperaturbereich treten Hystereseeffekte bei der Temperaturmessung auf. Die entsprechenden Meßpunkte liegen daher in Fig. 4 systematisch über der eingezeichneten Geraden.